أجب عن جميع الأسئلة:

س1-أ- إذا كانت $\begin{bmatrix} 2 & -4 & y \\ -3 & x & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & z \\ -1 & 0 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 12 \\ 5m & -3m \end{bmatrix}$ [6 درجات]

فأوجد قيمة x, y, z, m

ب- بين ما إذا كانت النهاية موجودة أم لا [2 درجة]

$$\lim_{x \to -1} \frac{8x+8}{|x+1|}$$

ج- أوجد قيمة x الذي تجعل محدد المصفوفة A شادة [2 درجة]

$$A = \begin{bmatrix} x+2 & 4 \\ 5 & x+10 \end{bmatrix}$$

س2-أ- إذا كانت $f(x) = \sqrt{x+2}$ ، $g(x) = x^2 - 3x$ فأوجد [4 درجات]

1- fog (x) 2- $D_{gof(x)}$

ب- أوجد قيمة

1- $\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x^2-5}}{x-3}$ [5 درجات] 2- $\left|\frac{7-5x}{x+3}\right| \geq 9$ [5 درجات]

3- $x^3 + 7x^2 - 8x \leq 0$ [4 درجات]

ج- أوجد المصفوفة x التي تحقق العلاقة a x = b حيث [2 درجة]

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 5 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} \quad , \quad B = \begin{bmatrix} 6 \\ 39 \\ 36 \end{bmatrix}$$

س3-أ- إذا كانت $z = 2 - 3i$ أثبت أن $\left|\frac{2z-2}{\bar{z}-4i} + 5\right| = \sqrt{53}$ [5 درجات]

ب- إذا كانـــت مصـــفوفة المرافقـــات للمصـــفوفة $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ هـــي

فأوجد A^{-1}. $\begin{bmatrix} 5 & -3 & -1 \\ 6 & -3 & -3 \\ -4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ [3 درجات]

ج- أوجد قيمة K التي تجعل الدالة f(x) مستمرة عند x = -1 [4 درجات]

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3+1}{x+1} & , \quad x \neq -1 \\ k^2 + 2k\,x^3 & , \quad x = -1 \end{cases}$$

س4-أ- أوجد الجذر التكعيبي للعدد 27 [5 درجات]

ب- إذا كانت $z = 1 + \sqrt{3}\,i$ فأوجد z^9 [4 درجات]

ج- أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية: [9 درجات]

$$x + y + z = 1$$
$$x + y - 2z = 3$$
$$2x + y + z = 2$$

انتهت الأسئلة

يمنع استعمال الآلة الحاسبة

الإجابة النموذجية لطالبة سارة تيم ①

ص ① (أ)

$$\begin{bmatrix} 2y+6 & 2z+6y \\ -x-1 & 6-3z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 12 \\ 5m & -3m \end{bmatrix}$$

$y = -\frac{3}{2}$, $z = \frac{21}{2}$, $m = \frac{51}{6}$, $x = -\frac{261}{6}$

(ب) $\lim_{x \to -1^+} \frac{8(x+1)}{x+1} = 8$, $\lim_{x \to -1^-} \frac{-8(x+1)}{x+1} = -8$

النهاية غير موجودة.

(ج)

$$A = \begin{vmatrix} x+2 & 4 \\ 5 & x+10 \end{vmatrix}$$

$(x+2)(x+10) - 20 = 0 \Rightarrow x^2 + 12x = 0$

$x(x+12) = 0$, $x = 0, -12$

ص ② (أ)

① $f \circ g(x) = f(g(x))$

$= f(x^2 - 3x)$

$= \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

② $D_{g \circ f(x)} = [-2, \infty)$

① الإجابة النموذجية لمادة رياضيات I

(أ) 1

$$\begin{bmatrix} 2y+6 & 2z+6y \\ -x-1 & -3z+6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 12 \\ 5m & -3m \end{bmatrix}$$

$2y+6=8 \Rightarrow 2y=2 \Rightarrow \boxed{y=1}$

$2z+6y=12 \Rightarrow 2z=6 \Rightarrow \boxed{z=3}$

$-3z+6=-3m \Rightarrow -3m=-9+6$

$-3m=-3 \Rightarrow \boxed{m=1}$

$-x-1=5m \Rightarrow -x=6 \Rightarrow \boxed{x=-6}$

(ب)

$$\lim_{x\to -1^+} \frac{8(x+1)}{(x+1)} = 8$$

$$\lim_{x\to -1^-} \frac{-8(x+1)}{x+1} = -8$$

النهاية غير موجودة

(ج)

$$A = \begin{vmatrix} x+2 & 4 \\ 5 & x+10 \end{vmatrix}$$

$$(x+2)(x+10)-20=0$$

$$x^2+12x=0 \Rightarrow x(x+12)=0$$

$$x=0 \quad , \quad x=-12$$

(د) 2

① $fog(x) = f(g(x))$

$= f(x^2-3x)$

$= \sqrt{x^2-3x+2}$

② $D_{g\circ f(x)} = \{x, x \geq -2, \sqrt{x+2} \in \mathbb{R}\}$

$= [-2, \infty)$

(4)

$a=1, b=\sqrt{3}, r=2, \theta=60$ (4)

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

$= 2(\cos 60 + i\sin 60)$

$= 2^9(\cos(60)(9) + i\sin(60)(9))$

$= 512(\cos 180 + i\sin 180) = -512$

$=$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -3$$ (2)

$$\Delta x \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -3, \quad \Delta y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -2$$

$$\Delta z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 2$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = 1, \quad y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{2}{3}$$

$$z = \frac{\Delta z}{\Delta} = -\frac{2}{3}$$

(2) ⓐ نفرض ان المصفوفة $X = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 5 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 39 \\ 36 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4a-b \\ 3a+5b \\ 6b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 39 \\ 36 \end{bmatrix}$$

$6b = 36 \Rightarrow \boxed{b = 6}$

$4a - b = 6 \Rightarrow 4a = 12 \Rightarrow \boxed{a = 3}$

ⓑ

$$\frac{2z-2}{\bar{z}-4i} = \frac{2(2-3i)-2}{2+3i-4i} = \frac{4-6i-2}{2-i}$$

$$= \frac{2-6i}{2-i} \cdot \frac{2+i}{2+i} = 2-2i$$

$$= |2-2i+5| = |7-2i| = \sqrt{49+4} = \sqrt{53}$$

ⓒ $\Delta = 3$

محورة العوامل:

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & -4 \\ -3 & -3 & 3 \\ -1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{5}{3} & 2 & -\frac{4}{3} \\ -1 & -1 & 1 \\ -\frac{1}{3} & -1 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

③

$f(x) = k^2 + 2kx^3$ ⑴

$f(-1) = k^2 - 2k$

$\lim_{x \to -1} = \frac{x^3+1}{x+1} = \lim_{x \to -1} \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x+1}$

$= 1 + 1 + 1 = 3$

$\therefore k^2 - 2k = 3$

$k^2 - 2k - 3 = 0 \Rightarrow (k-3)(k+1) = 0$

$\therefore k = 3, -1$

⑵ اكتب الصيغة المثلثية للعدد 27

$a = 27, \ b = 0, \ r = 27, \ \theta = 0$

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

$= 27(\cos 0 + i\sin 0)$

$z^{\frac{1}{3}} = 3(1+0) = 3 \quad \therefore z_1 = 3$

$z_2 = 3(\cos 120 + i\sin 120)$

$= 3(\cos 60 + i\sin 60) = 3\left[-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

$= -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$

$z_3 = 3[\cos 240 + i\sin 240]$

$= 3(\cos 60 + i\sin 60)$

$= 3\left[-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i\right) = -\frac{3}{2} - 3\frac{\sqrt{3}}{2} i$