كلية التقنية الالكترونية طرابلس
College of Electronic Technology - Tripoli

القســـم..المواد العامة — أسئلة الامتحان النهائي لمادة : رياضة II
لطلبة الفصل: الثاني — رمز المادة. — التاريخ....2020/3/2م

الفصل الدراسي : خريف/2019.. — اسم الأستاذ/المنسق : أ. صالح العيدودي — الزمن....ساعتان
اسم الطالب :.. — رقم القيد .... — المجموعة : ....

Q1. a. اكمل ما يأتي :

الدالة الأحادية هي ....؛ نطاق الدالة $Sec^{-1}x$ =......................

$\text{Cos}\,(8x) = \ldots\ldots\ldots , \ldots\ldots , Sec^{-1}(2) = \ldots\ldots\ldots , a^{\log_a x} = \ldots\ldots\ldots , \text{Sin A Cos B} = \ldots\ldots$

b) إثبت أن: $\int \frac{dx}{a^2+b^2x^2} = \frac{1}{ab}\tan^{-1}\left(\frac{bx}{a}\right)$ c) إحسب $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1+e^x}}$

Q2. a) أوجد معادلة المماس والعمودي لمنحنى الدالة : $y = x\ln x^2$ عند $x = e$

b) باستخدام التعريف أوجد المشتقة الأولى للدالة : $y = \frac{1}{x} + x^2$

c) أوجد : $\frac{d}{dx}[\sin(sin^{-1}x)]$ $\frac{d}{dx}(e^{\ln x} + \ln e^x)$

Q3. أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل من: « أجب عن 4 فقط »

1) $\ln xy = e^{x+y}$ 2) $y = e^{3x}(cos2x + sin2x)$ 3) $y = x\,tan^{-1}x - \frac{1}{2}\ln(x^2+1)$

4) $y = \log_7(\frac{\sin x \cos x}{e^x .\ 2^x})$ 5) $y = x^{2x} + \ln(2x^2 + x)$

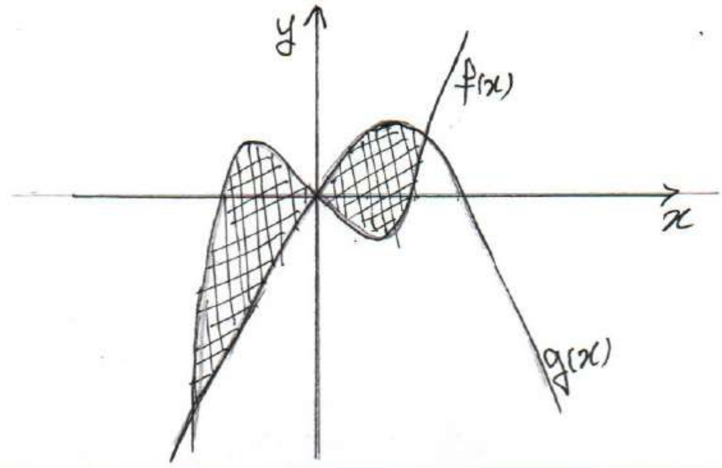
Q4. احسب التكاملات الآتية: « أجب عن 4 فقط »

1) $\int \frac{\sin x\, e^{secx}}{cos^2 x}$ 2) $\int sin^2 x\, cos^3 x\, dx$ 3) $\int x^4\ tan^{-1} x\, dx$

4) $\int_0^3 \sqrt{9-x^2}\, dx$ 5) $\int \frac{e^{4x} + 2\,e^{2x} - e^x}{e^{2x}+1}$

Q5. a) أوجد فترات التقعر ونقط الانقلاب لمنحنى الدالة: $y = \frac{1}{3}x^3 - 3\,x^2 + 8x$

b) احسب المساحة المحصورة بين المنحنيين : $g(x) = -x^2 + 3x$, $f(x) = 2x^3 - x^2 - 5x$
والموضحة بالشكل المقابل : .



ملاحظة: لكل سؤال 12 درجة

تمنياتي للجميع بالتوفيق
أستاذ المادة : أ.صالح العيدودي

الإجابة النموذجية لمادة رياضة II   النهائي

Q_1 a- الدالة الأحادية هي: دالة يكون فيها العناصر المختلفة من النطاق لها صور مختلفة في المدى ويكون عندها $f'(x)>0$ أو $f''(x)<0$ ①

نطاق الدالة $\sec^{-1}x = (-\infty,-1]\cup[1,\infty)$ ①

$\cos 8x = 2\cos^2 4x - 1 = 1 - 2\sin^2 4x$ ② ، $\sec^{-1}(2) = \pi/3$ ①

$\sin A \cos B = \frac{1}{2}[\sin(A+B) + \sin(A-B)]$ ①

b- $$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{ab}\tan^{-1}\left(\frac{bx}{a}\right)\right) = \frac{1}{ab}\cdot\frac{1}{1+\frac{b^2x^2}{a^2}}\cdot\frac{b}{a} = \frac{1}{a\cancel{b}}\cdot\frac{\cancel{a^2}}{a^2+b^2x^2}\cdot\frac{\cancel{b}}{\cancel{a}}$$

$$= \frac{1}{a^2+b^2x^2} \quad * \quad ③$$

$$e = \int\frac{e^x\,dx}{\sqrt{1+e^x}} = \int u^{-\frac{1}{2}}du = 2u^{\frac{1}{2}} + c = 2\sqrt{1+e^x} + c \quad ③$$

Q_2: a- when $x=e$ $\quad y = e\ln e^2 = 2e \quad \therefore (e,2e)$

$\frac{dy}{dx} = 2x\cdot\frac{1}{x} + 2\ln x$ ميل المماس للمنحنى عند أي نقطة عليه

$= 2 + 2\ln x$

$\therefore$ الميل عند $x=e$ $\quad m = 2+2 = 4$

معادلة المماس: $y - 4x + 2e = 0$ ، معادلة العمود $4y + x - 9e = 0$ ④

b- $$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\frac{1}{x+\Delta x}-\frac{1}{x}}{\Delta x} + \lim_{\Delta x\to 0}\frac{(x+\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\frac{\cancel{x}-\cancel{x}-\Delta x}{x(x+\Delta x)}}{\Delta x} + \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\cancel{x^2}+2x\Delta x+(\Delta x)^2-\cancel{x^2}}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x\to 0}\frac{-1}{x(x+\Delta x)} + \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta x(2x+\Delta x)}{\Delta x}$$

$$= -\frac{1}{x^2} + 2x \quad ④$$

Q_2 c- $\frac{d}{dx}\left(\sin(\sin^{-1}x)\right) = \frac{d}{dx}(x) = 1$

$\frac{d}{dx}\left(e^{\ln x} + \ln e^{x}\right) = \frac{d}{dx}(2x) = 2$ (4)

Q_3- [1] $\frac{y'}{y} + \frac{1}{x} = e^{x+y} + y' e^{x+y}$

$\frac{y'}{y} - y' e^{x+y} = e^{x+y} - \frac{1}{x} \Rightarrow y'\left(-e^{x+y} + \frac{1}{y}\right) = e^{x+y} - \frac{1}{x}$

$y' = -\frac{e^{x+y} - \frac{1}{x}}{e^{x+y} - \frac{1}{y}} = -\frac{y\left(xe^{x+y} - 1\right)}{x\left(ye^{x+y} - 1\right)}$

---

[2] $y' = e^{3x}(2\cos 2x - 2\sin 2x) + 3e^{3x}(\sin 2x + \cos 2x)$

$= e^{3x}(2\cos 2x - 2\sin 2x + 3\sin 2x + 3\cos 2x)$

$= e^{3x}(5\cos 2x + \sin 2x)$

---

[3] $y' = \frac{x}{1+x^2} + \tan^{-1}x - \frac{1}{2}\cdot\frac{2x}{1+x^2} = \tan^{-1}x$

[4] $y = \frac{1}{\ln 7}\left[\ln\sin x + \ln\cos x - \ln e^{x} - \ln 2^{x}\right)$

$y' = \frac{1}{\ln 7}\left[\cot x - \tan x - 1 - \ln 2\right]$ (3) نقص درجة

---

[5] Let $u = x^{2x} \Rightarrow \ln u = 2x\ln x \Rightarrow \frac{1}{u}\cdot u' = 2 + 2\ln x$

$\Rightarrow \frac{du}{dx} = 2x^{2x}(1 + \ln x)$

$\therefore y' = 2x^{2x}(1 + \ln x) + \frac{4x+1}{2x^2 + x}$

Q4. 1. Let $u = \sec x$ $\quad du = \sec x \tan x \, dx = \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$

$\therefore \int e^u \, du = e^u + c = e^{\sec x} + c.$

---

2. $\int \sin^2 x \cos^2 x \cos x \, dx = \int \sin^2 x (1 - \sin^2 x) \cos x \, dx$

$= \int (\sin^2 x - \sin^4 x) \cos x \, dx$ $\quad \Big| \; u = \sin x, \; du = \cos x \, dx$

$= \int (u^2 - u^4) \, du = \frac{1}{3} u^3 - \frac{1}{5} u^5 + c$

$= \frac{1}{3} \sin^3 x - \frac{1}{5} \sin^5 x + c$

---

3. $u = \tan^{-1} x \quad du = \frac{1}{1+x^2}, \quad dv = x^4, \quad v = \frac{1}{5} x^5$

$= \frac{1}{5} x^5 \tan^{-1} x - \frac{1}{5} \int \frac{x^5}{x^2+1} dx$

$= \frac{1}{5} x^5 \tan^{-1} x - \frac{1}{5} \int \left((x^3 - x) + \frac{x}{x^2+1} \right) dx$

$= \frac{1}{5} x^5 \tan^{-1} x - \frac{1}{20} x^4 + \frac{1}{10} x^2 - \frac{1}{10} \ln(x^2+1) + c$

---

4. $\int_0^3 \sqrt{9 - x^2} \, dx \qquad x = 3 \sin \theta \quad dx = 3 \cos \theta \, d\theta$

when $x = 0 \Rightarrow \theta = 0$, $x = 3 \Rightarrow \theta = \pi/2$

$= \int_0^{\pi/2} \sqrt{9(1 - \sin^2 \theta)} \cdot 3 \cos \theta \, d\theta = 9 \int_0^{\pi/2} \cos^2 \theta \, d\theta$

$= 9 \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} (\cos 2\theta + 1) \, d\theta = \frac{9}{2} \left[\frac{1}{2} \sin 2\theta + \theta \right|_0^{\pi/2} = \frac{9\pi}{4}$

---

5. $\int \frac{e^{4x} + 2e^{2x} - e^x}{e^{2x} + 1} dx = \int (e^{2x} + 1) \, dx - \int \frac{e^x \, dx}{1 + e^{2x}} - \int \frac{dx}{1 + e^{2x}}$ بالقسمة المطولة

$= \frac{1}{2} e^{2x} + x - \tan^{-1} e^x + \frac{1}{2} \ln(1 + e^{-2x}) + c$

③

Q_5: a- $y' = x^2 - 6x + 8$ ، $y'' = 2x - 6$

بوضع $y'' = 0$ $\quad 2x - 6 = 0 \Rightarrow x = 3$

$- - - - - - | + + + +$

$0 \qquad 3$

المنحنى مقعر للأعلى في الفترة $(3, \infty)$

" " للأسفل " " $(-\infty, 3)$

توجد نقطة انقلاب عند $(3 ، 6)$ ④

---

b- تقاطع المنحنيات $\quad 2x^3 - x^2 - 5x = -x^2 + 3x$

$$2x^3 - 8x = 0 \qquad x^3 - 4x = 0$$

$$x(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x(x-2)(x+2)$$

حدا التكامل $\quad x = -2 ، 0 ، 2$

$$\therefore A = \int_{-2}^{0} (2x^3 - \cancel{x^2} - 5x + \cancel{x^2} - 3x)\, dx$$

$$+ \int_{0}^{2} (-\cancel{x^2} + 3x - 2x^3 + \cancel{x^2} + 5x)\, dx$$

$$= \int_{-2}^{0} (2x^3 - 8x)\, dx + \int_{0}^{2} (8x - 2x^3)\, dx$$

$$= \frac{1}{2}x^4 - 4x^2 \Big|_{-2}^{0} + 4x^2 - \frac{1}{2}x^4 \Big|_{0}^{2}$$

$$= [0 - (8 - 16)] + [(16 - 8) - (0)] = 8 + 8 = 16$$

وحدة مربعة ⑧